Histogram i transfomata Haara (wydanie poprawione i uzupełnione)

dr hab. inż. Przemysław Śliwiński, prof. PWr.

26 kwietnia 2016

1 Histogram

1. Wygenerować ciąg liczb $\{X_1, \ldots, X_N\}$, $N = 1024$, o gęstości będącej dowolną funkcją wielomodalną[1].

2. Zaimplementować (jak poprzednio):

   (a) *histogram*, tj. estymator funkcji gęstości o postaci:

   $$\bar{f}_h(x) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{N} \frac{1}{h} K\left(\left\lfloor \frac{x}{h} \right\rfloor - \frac{x_n}{h}\right),$$

   z prostokątną funkcją jądra $K(x) = \mathbf{1}_{[0,1)}(x)$ dla wartości $h = 1/2, 1/4, \ldots, 1/128$ $\left(= 2^{-1}, 2^{-2}, \ldots, 2^{-7}\right)$.

   (b) Dla tak uzyskanych wektorów wartości:

   i. obliczyć (pełną!) transformatę Haara

   ii. przyjąć próg $t > 0$ i sprogować współczynniki tak uzyskane współczynniki falkowe; tj. wszystkie elementy wektora (poza pierwszym) poddać następującej transformacji

   $$T_t(x) = \begin{cases} x & \text{dla} \quad |x| \geq t \\ 0 & \text{dla} \quad |x| < t \end{cases}.$$

   iii. obliczyć na wynikowym wektorze transformatę odwrotną Haara.

3. Dla każdego h wyznaczyć poziom progowania t taki, aby błąd histogramu

   $$\mathit{validation}(h) = \sum_{q=-Q}^{Q} \left[f_{h,t}(x_q) - f(x_q)\right]^2$$

   był jak najmniejszy.

4. Wyciągnąć wnioski.

[1] Proszę nadal pamiętać, że funkcja – aby była gęstością – musi być nieujemna i całkować się do jedności.