

Próbkowanie impulsowe (interpolacja)

dr hab. inż. Przemysław Śliwiński

4 marca 2015

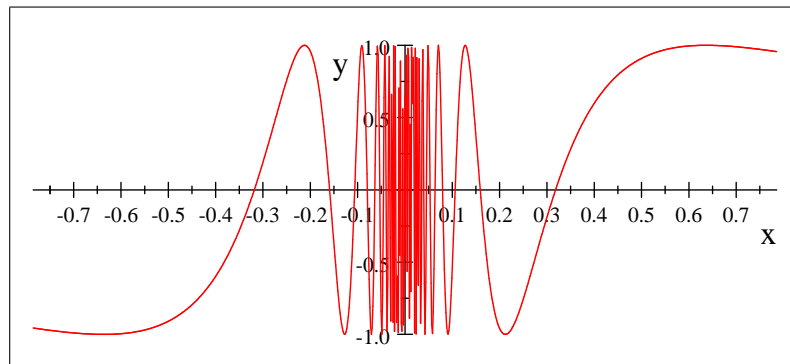
1 Próbkowanie impulsowe (za pomocą delty Diraca)

Próbkowaniu impulsowemu funkcji ciągłej (wyznaczeniu jej wartości w punkcie ξ) odpowiada formalnie operacja splotu z *delta Diraca*

$$f_\xi = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \delta(x - \xi) dx = f(\xi).$$

- Spróbować równomiernie (tj. w równoodległych punktach) funkcję

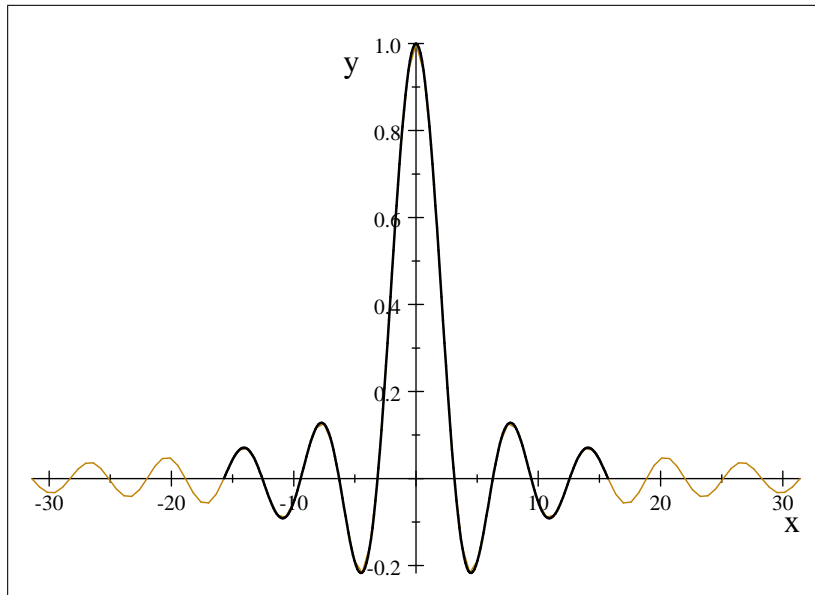
$$f(x) = \sin\left(\frac{1}{x}\right)$$



w przedziale $[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}]$ z wybranymi odstępami pomiędzy próbkami T_1, T_2, T_3, T_4 .

- Uzyskany ciąg wartości funkcji $f(n)$ użyć do jej *interpolacji* za pomocą sumy przesuniętych (i **odpowiednio** przeskalowanych) funkcji

$$\text{sinc}(x) = \sin(x) \cdot x^{-1}$$



wykorzystując formułę (*wzór interpolacyjny*)

$$\bar{f}(x) = \sum_{n=-N}^N f(x_n) \text{sinc}(\Delta x - x_n)$$

i dobierając w nim liczbę punktów pomiarowych N , ich położenie x_n , $n = 0, \dots, N$, oraz stałą Δ , tak aby każdorazowo odpowiadały odstępom T_1, T_2, T_3, T_4 .

- Przedstawić przebiegi $f(x)$ oraz $\bar{f}(x)$ oraz błąd interpolacji $f(x) - \bar{f}(x)$.
- Zinterpretować wyniki wskazując zniekształcenia wynikające z:
 - * nieskończonego nośnika funkcji interpolującej oraz
 - * niespełnienia warunków *twierdzenia Whittakera-Whittakera-Nyquista-Kotelnikova-Shannona*).

- Powtórzyć eksperyment dla obciętej funkcji

$$\text{sinc sinc}(x, t) = \text{sinc}(x) \cdot \mathbf{1}(|x| < t)$$

i wybranych wartości $t = t_1, t_2, t_3 < \infty$.

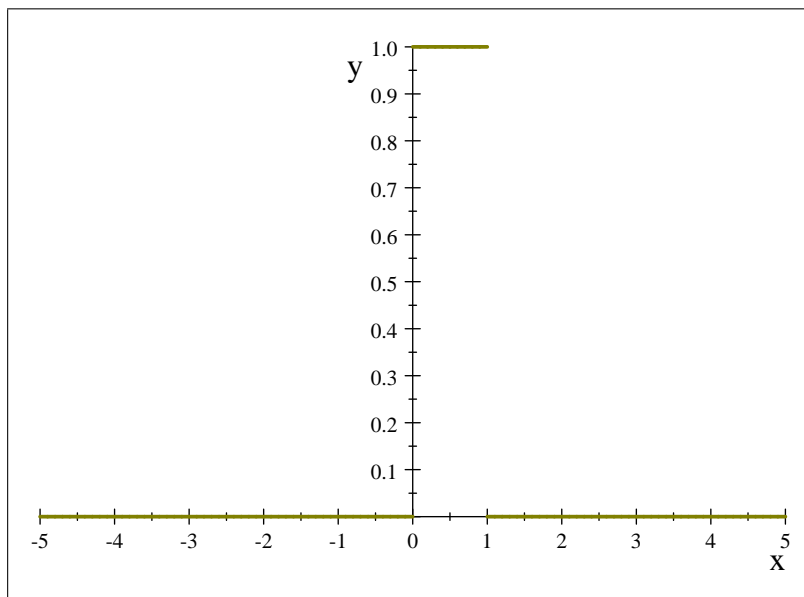
- Porównać wyniki i sformułować wnioski.

2 Próbkowanie impulsowe (za pomocą funkcji prostych)

Funkcję (skoku) Heaviside'a definiujemy (na przykład) jako

$$\mathbf{1}(x) = \begin{cases} 1 & \text{if } x \geq 0 \\ 0 & \text{if } x < 0 \end{cases} .$$

- Wykonać powyższe zadania odtwarzając (interpolując) sygnał *funkcją okna* $w(x) = \mathbf{1}(x) - \mathbf{1}(x - 1)$



o szerokości dobranej do odstępów T_1, T_2, T_3, T_4 .

- Porównać z wynikami interpolacji uzyskanymi dla funkcji $\text{sinc}(x)$
- Sformułować wnioski.