

Ortogonalny estymator z progowaniem

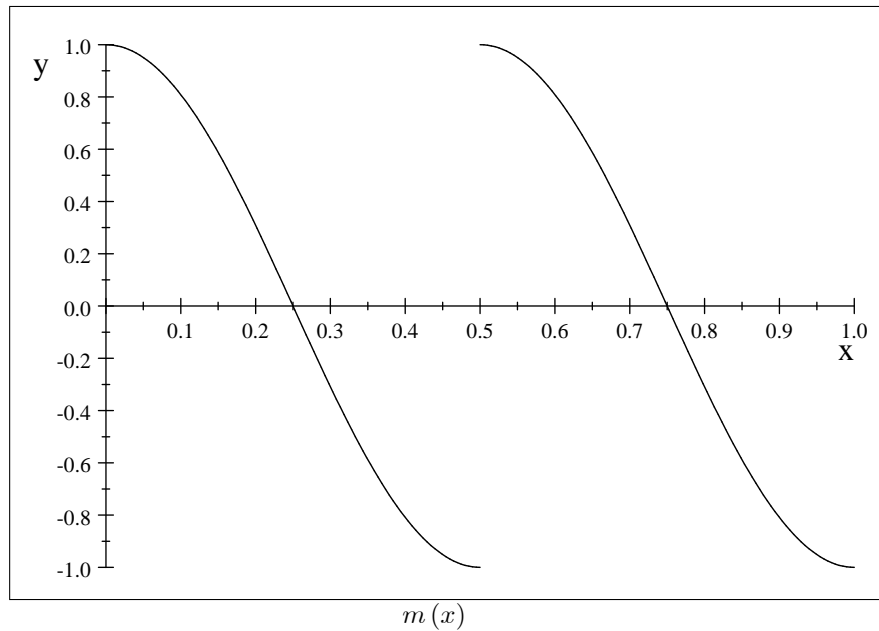
dr hab. inż. Przemysław Śliwiński

21 maja 2015

1 Estymator ortogonalny z progowaniem

1. Wygenerować $N = 1024$ par pomiarów wejścia-wyjścia $\{(X_n, Y_n)\}$ systemu statycznego o nieliniowej charakterystyce

$$m(x) = \cos(2\pi x) \cdot \mathbf{1}\left(0 < x \leq \frac{1}{2}\right) - \cos(2\pi x) \cdot \mathbf{1}\left(\frac{1}{2} < x \leq 1\right)$$



w przedziale $[0, 1]$. Wejścia $\{X_n\}$ mają być rozmieszczone równomiernie i deterministycznie. Wyjście systemu zakłócić szumem białym $\{Z_n\}$ o rozkładzie Gaussa $N(0, 0.03)$.

2. Na podstawie podciągów dla $N = 128, 256, 512$ i 1024 wyestymować nieliniowość $m(x)$ za pomocą estymatora ortogonalnego danego (dla bazy or-

togonalnej falkowej Haara) wzorem

$$\hat{m}_K(x) = \sum_{n=0}^{2^M-1} \hat{\alpha}_{Mn} \cdot \varphi_{Mn}(x) + \sum_{m=M}^{K-1} \sum_{n=0}^{2^m-1} \hat{\beta}_{mn} \psi_{mn}(x)$$

gdzie $\varphi_{Mn}(x)$ i $\psi_{mn}(x)$ to przeskalowane i przesunięte wersje

$$\begin{aligned} \varphi_{Mn}(x) &= \sqrt{2^M} \varphi(2^M x - n) \\ \psi_{mn}(x) &= \sqrt{2^m} \psi(2^m x - n) \end{aligned}$$

funkcji falkowe (*falki-ojca* $\varphi(x)$ i *falki-matki* $\psi(x)$) Haara

$$\begin{aligned} \varphi(x) &= \mathbf{1}(0 < x \leq 1) \\ \psi(x) &= \varphi(2x) - \varphi(2x - 1) \end{aligned}$$

a $\hat{\alpha}_{Mn}$ i $\hat{\beta}_{mn}$ to empiryczne współczynniki rozwinięcia w szereg

$$\begin{aligned} \hat{\alpha}_{mn} &= \sum_{n=1}^N Y_{(n)} \cdot \int_{X_{[n-1]}}^{X_{[n]}} \varphi_{mn}(x) dx \\ \hat{\beta}_{mn} &= T_t \left(\sum_{n=1}^N Y_{(n)} \cdot \int_{X_{[n-1]}}^{X_{[n]}} \psi_{mn}(x) dx \right) \end{aligned}$$

i gdzie $X_0 = 0$ a $T(x)$ jest funkcją progującą (ang. *threshold function*)

$$T_t(x) = \begin{bmatrix} 0 & \text{if } |x| < t \\ x & \text{if } |x| \geq t \end{bmatrix}$$

3. Dobrać parametry skali $M, K = 0, 1, 2, \dots$ oraz próg $t > 0$ tak, aby uzyskać najmniejszy (empiryczny) błąd średniokwadratowy

$$\text{emperror}(h) = \sum_{q=-Q}^Q [m(x_q) - \hat{m}_K(x_q)]^2, \quad (1)$$

dla wybranego (z uzasadnieniem doboru!) ciągu $\{x_q\}, q = -Q, \dots, Q$.

4. ** Wyrazić algorytm progowania w języku testowania hipotez statystycznych.