

Aproksymacja, interpolacja i wygładzanie

dr inż. Przemysław Śliwiński

March 20, 2012

1 Aproksymacja

Dokonać aproksymacji funkcji $\sin(x^{-1})$ oraz funkcji signum ($\sin(8x)$) w przedziale $(0, 2\pi]$ z (odpowiednio¹) wybraną **rozdzielczościami próbkowania** za pomocą:

- – funkcji sklepanych $B_n, n = 0, \dots, 2$,
– funkcji interpolującej Keysa² dla wybranych parametrów α ,
– obciętej funkcji $\text{sinc}(x) \cdot 1[-a, a](x)$,³
- Dla każdej z metod aproksymacji (wyznaczyć eksperymentalnie optymalny parametr, odpowiednio, α, n i a , według przyjętego kryterium jakości⁴ - na przykład błędu średniokwadratowego⁵)
- Zaproponować⁶ sposób oceny jakości aproksymacji obrazu i na jego podstawie wybrać metodę najlepszą spośród powyższych.

¹Uzasadnić wybór!

²Zob. <http://verona.fi-p.unam.mx/boris/practiclas/CubConvInterp.pdf>

³Por. <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download;jsessionid=92D1881149F1F87631F711B5058FB363?doi=10.1.1.116.7898&rep=rep1&type=pdf>

⁴Jw.

⁵Niech $f(x)$ będzie interpolowaną funkcją, a $\bar{f}(x)$ jej interpolacją. Błąd średniokwadratowy można przybliżyć następującą sumą

$$\frac{1}{K} \sum_{k=1}^K [f(x_k) - \bar{f}(x_k)]^2,$$

gdzie punkty $k = 1, \dots, K$ (uzasadnić wybór K):

- leżą na siatce $x_k = k/K$, lub
- losowane są generatorem liczb pseudolosowych o rozkładzie równomiernym w przedziale interpolacji (w naszym przypadku $[0, 2\pi]$).

⁶Jw.

2 Wygładzanie

- Do funkcji $\sin(x^{-1})$ oraz funkcji signum ($\sin(8x)$) w przedziale $(0, 2\pi]$ dodać zakłócenia o rozkładzie jednostajnym $[-0.1, 0.1]$. Powtórzyć **aproksymacje i interpolacje** tych funkcji i porównać wyniki.
- Wykonać powyższe zadania dla wybranego obrazu rastrowego i funkcji sklepanych B_0, B_1 i funkcji Keysa z parametrem $\alpha = -\frac{1}{2}$.