

Próbkowanie impulsowe (interpolacja)

dr inż. Przemysław Śliwiński

21 lutego 2012

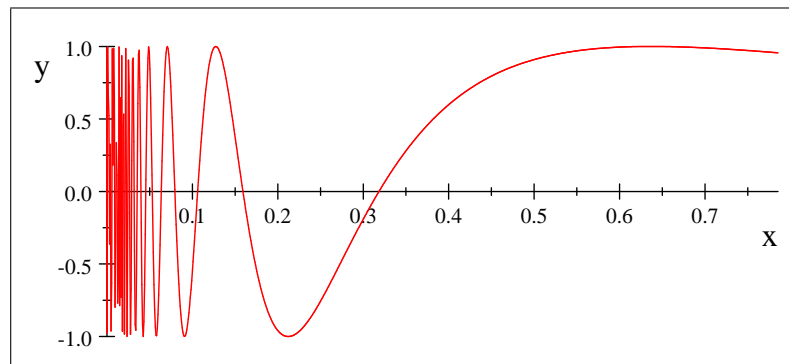
1 Próbkowanie impulsowe (za pomocą delty Diraca)

Próbkowaniu impulsowemu funkcji ciągłej (wyznaczeniu jej wartości w punkcie ξ) odpowiada formalnie operacja splotu

$$f_{\xi} = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \delta(x - \xi) dx = f(\xi).$$

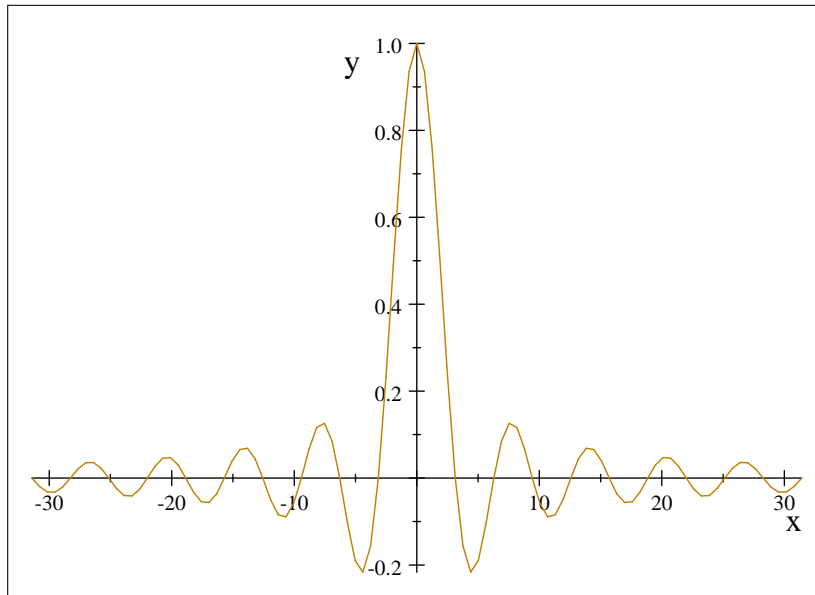
- Spróbować równomiernie funkcję

$$f(x) = \sin\left(\frac{1}{x}\right)$$



w przedziale $(0, \frac{\pi}{4}]$ z wybranymi odstępami pomiędzy próbkami T_1, T_2, T_3, T_4 .

- Uzyskany ciąg wartości funkcji użyć do jej *interpolacji* za pomocą sumy przesuniętych (i przeskalowanych) funkcji $\text{sinc}(x) = \sin(x) \cdot x^{-1}$



wykorzystując formułę (*wzór interpolacyjny*)

$$\bar{f}(x) = \sum_{n=0}^N f(x_n) \operatorname{sinc}(\Delta x - x_n)$$

dobierając w nim punkty x_n , $n = 0, \dots, N$ i stałą Δ , tak aby każdorazowo odpowiadały odstępom T_1, T_2, T_3, T_4 .

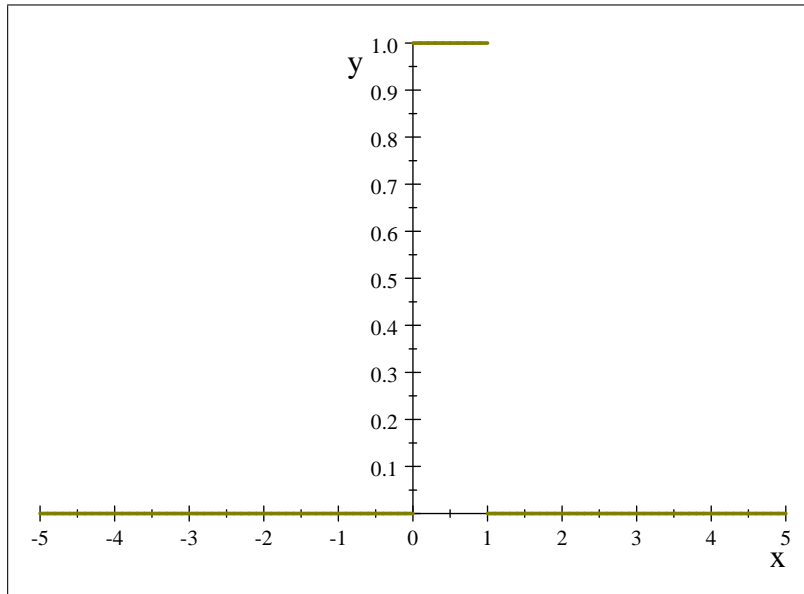
- Przedstawić przebiegi i porównać je.
- Zinterpretować wyniki wskazując zniekształcenia wynikające z:
 - * efektu Gibbsa,
 - * nieskończonego nośnika funkcji interpolującej oraz
 - * niespełnienia warunków *twierdzenia Whittakera-Nyquista-Kotielnikova-Shannona*.
- W miejsce funkcji $\sin(x^{-1})$ wziąć dwuwymiarowy mapę bitową (np. wybrane zdjęcie o rozmiarach 64x64 pikseli (lub większe)) i powtórzyć próbkowanie dla wybranych odstępów (mierzonych teraz w pikselach). Porównać odtworzone obrazy z oryginałem.
- Sformułować wnioski.

2 Próbkowanie blokowe (za pomocą funkcji prostych)

Funkcję (*skoku*) *Heaviside'a* definiujemy (na przykład) jako

$$\mathbf{1}(x) = \begin{cases} 1 & \text{if } x \geq 0 \\ 0 & \text{if } x < 0 \end{cases} .$$

- Wykonać powyższe zadania odtwarzając (interpolując) sygnał *funkcją okna*
 $w(x) = \mathbf{1}(x) - \mathbf{1}(x - 1)$



o szerokości dobranej do odstępów T_1, T_2, T_3, T_4 .

- Porównać z wynikami interpolacji uzyskanymi dla funkcji $\text{sinc}(x)$
- Sformułować wnioski.