



Cyan
Magenta
Yellow
Black



PROBLEMY WSPÓŁCZESNEJ NAUKI TEORIA I ZASTOSOWANIA

AUTOMATYKA

Przedstawiamy Państwu serię wydawniczą "Problemy Współczesnej Nauki. Teoria i Zastosowania", w której ukazują się publikacje prezentujące aktualny stan wiedzy w wybranych dziedzinach nauki: INFORMATYKA, STATYSTYKA, ZARZĄDZANIE, ROBOTYKA, AUTOMATYKA, INŻYNIERIA LINGWISTYCZNA oraz MEDYCYNA I INFORMATYKA.

Monografie naukowe publikowane w naszej serii wydawniczej często są podstawą do uzyskania przez ich autorów stopnia naukowego doktora, doktora habilitowanego czy tytułu naukowego profesora w określonym zakresie nauki. Tytuły prezentowane jako podręczniki akademickie wielokrotnie wyróżniane są nagrodą Ministra Edukacji Narodowej. Wszystkie pozycje wydane w tej serii zostały wysoko ocenione przez Komitet Badań Naukowych przy ocenie efektywności polskich placówek naukowych.

Nasze publikacje adresowane są do polskiego środowiska naukowego oraz do wszystkich, którzy pragną pogłębić swoją wiedzę i rozwinąć własne zainteresowania.

W gronie autorów można znaleźć wybitne autorytety naukowe i znane nazwiska twórców współczesnej nauki – polskiej i światowej.

Zapraszamy do współpracy – prof. dr hab. Leonard Bolc,
Instytut Podstaw Informatyki Polskiej Akademii Nauk, ul. Ordona 21,
01-237 Warszawa, tel. (0-prefiks-22) 836-28-41, e-mail: bolc@ipipan.waw.pl

Informacje o książkach wydanych w naszej serii dostępne są pod adresem: <http://www.ipipan.waw.pl/~bolc/aow.html>

Na stronie www.exit.pl znajdują się książki dostępne w sprzedaży internetowej. Można również korzystać z adresu e-mail: lang@exit.pl

ISBN 83-87674-95-8



9 788387 674953



Zygmunt Hasiewicz, Przemysław Śliwiński *** Falki ortogonalne o zwartym nośniku

PROBLEMY WSPÓŁCZESNEJ NAUKI TEORIA I ZASTOSOWANIA

AUTOMATYKA

Zygmunt Hasiewicz, Przemysław Śliwiński

FALKI ORTOGONALNE O ZWARTYM NOŚNIKU

Zastosowanie do nieparametrycznej identyfikacji systemów



Akademicka Oficyna Wydawnicza EXIT
Warszawa 2005



Cyan
Magenta
Yellow
Black



FALKI ORTOGONALNE O ZWARTYM NOŚNIKU

**Zastosowanie do nieparametrycznej
identyfikacji systemów**

**PROBLEMY WSPÓŁCZESNEJ NAUKI
TEORIA I ZASTOSOWANIA**

AUTOMATYKA

Edytor serii: Leonard Bolc

Zygmunt Hasiewicz, Przemysław Śliwiński

**FALKI ORTOGONALNE
O ZWARTYM NOŚNIKU**

**Zastosowanie do nieparametrycznej
identyfikacji systemów**



**Akademicka Oficyna Wydawnicza EXIT
Warszawa 2005**

© Copyright by Zygmunt Hasiewicz, Przemysław Śliwiński
Warszawa 2005

© Copyright by EXIT
Warszawa 2005

Wszystkie nazwy produktów są zastrzeżonymi nazwami handlowymi lub znakami towarowymi odpowiednich firm.

Powyższej książki w całości lub części nie wolno powielać ani przekazywać w żaden sposób, nawet za pomocą nośników mechanicznych i elektronicznych (np. zapis magnetyczny), w tym też umieszczać ani rozpowszechniać w postaci cyfrowej zarówno w Internecie, jak i w sieciach lokalnych, bez uzyskania pisemnej zgody firmy EXIT.

Recenzent

Prof. dr hab. inż. Leszek Rutkowski, członek korespondent PAN

Redaktor

Anna Bittner

Komputerowy skład tekstu

Zygmunt Hasiewicz, Przemysław Śliwiński

Autor projektu graficznego serii i okładki

Leonard Bolc

Wydawca

EXIT, tel./fax (022) 823-70-45

sklep internetowy: <http://www.exit.pl>

ISBN 83-87674-95-8

Spis treści

Przedmowa	13
Ważniejsze oznaczenia	17
I Falki o zwartym nośniku, analiza wielorozdzielcza i aproksymacje falkowe (<i>Zygmunt Hasiewicz</i>)	21
1 Wprowadzenie - postulaty wielorozdzielczej analizy falkowej	23
2 Wyznaczanie ortogonalnych baz falkowych	27
2.1 Analiza postulatów	27
2.2 Równania definiujące	33
2.3 Zasada odbicia	35
3 Falki ortogonalne o zwartym nośniku - funkcja skalująca	39
3.1 Równania definiujące	39
3.2 Stopnie swobody i standardyzacja	41
3.3 Przykłady	43
4 Falki ortogonalne o zwartym nośniku - falka-matka	45
4.1 Równania definiujące	45
4.2 Znikanie momentów	47
4.3 Przykłady	51
5 Synteza funkcji skalującej	53
5.1 Rozwiązywanie układu równań	53
5.2 Wyznaczanie wartości funkcji skalującej	56
6 Synteza falki-matki	67
6.1 Wyznaczanie wartości falki-matki – punkty binarne	67
7 Przykładowe konstrukcje funkcji falkowych	71
8 Gładkość falek	77
8.1 Warunek Lipschitza	77
8.2 Różniczkowalność	78

9 Skalowanie funkcji falkowych	79
9.1 Funkcje skalowane i ich własności	79
9.2 Zależności rekurencyjne	81
10 Falkowa aproksymacja funkcji	85
10.1 Analiza wielorozdzielcza i ortogonalne bazy falkowe	88
10.2 Aproksymacja falkowa	90
11 Modele falkowe o zwartym nośniku	93
11.1 Modele lokalne	93
11.2 Modele globalne	96
12 Wyznaczanie współczynników metodą Mallata	99
12.1 Podstawy metody	99
12.2 Algorytm obliczeniowy	100
13 Oszacowania współczynników falkowych	105
13.1 Wprowadzenie	105
13.2 Oszacowania współczynników	106
14 Oszacowania błędu aproksymacji	111
14.1 Błąd lokalny	111
14.2 Błąd globalny	112
14.3 Błąd aproksymacji funkcji wielomianowych	113
14.4 Zbieżność modeli falkowych	114
II Systemy i zadanie identyfikacji (Zygmunt Hasiewicz)	117
15 Wprowadzenie	119
16 Klasa systemów oraz przekształcony opis wejście-wyjście	123
16.1 Klasa systemów	123
16.2 Przekształcony opis wejście-wyjście	123
16.3 Model matematyczny klasy oraz założenia	130
16.4 Zadanie identyfikacji	133
III Falkowe algorytmy identyfikacji (Zygmunt Hasiewicz)	135
17 Wprowadzenie	137
18 Empiryczne modele falkowe	139
18.1 Empiryczne współczynniki	141
18.2 Empiryczne modele	142

19 Przykłady modeli falkowych	145
19.1 Modele dla falek Haara	145
19.2 Modele dla falek Daubechies	147
20 Analiza empirycznych modeli przy ustalonej skali	149
20.1 Statystyczne własności empirycznych współczynników	150
20.2 Statystyczne własności empirycznych modeli	152
21 Zbieżność empirycznych modeli falkowych	157
21.1 Modele lokalne	157
21.2 Modele globalne	159
21.3 Zbieżność modeli dla funkcji wielomianowych	161
22 Asymptotyczny błąd modeli	163
22.1 Modele lokalne	164
22.2 Modele globalne	164
22.3 Optymalny wybór skali	165
23 Modele optymalne - szybkość zbieżności	169
23.1 Modele lokalne	169
23.2 Modele globalne	171
23.3 Porównanie z klasycznymi modelami ortogonalnymi	172
23.4 Zalety modeli falkowych o zwartym nośniku	173
IV Algorytmy obliczeniowe identyfikacji falkowej (Przemysław Śliwiński)	175
24 Wprowadzenie	177
25 Modele uproszczone	179
25.1 Konstrukcja interpolacji funkcji falkowych	180
25.2 Konstrukcja modeli uproszczonych	184
26 Złożoność i koszt algorytmów obliczeniowych	187
26.1 Wprowadzenie	187
26.2 Własności algorytmu wyznaczania wartości funkcji falkowych	188
26.3 Bezpośrednie algorytmy obliczeniowe	191
26.4 Szybkie algorytmy obliczeniowe	195
27 Zbieżność i szybkość zbieżności modeli uproszczonych	205
27.1 Błąd interpolacji w uproszczonych modelach zagregowanych	207
27.2 Błąd interpolacji w uproszczonych modelach jądrowych	209
27.3 Błąd interpolacji w uproszczonych modelach zdekomponowanych	209
27.4 Uwagi i komentarze	212

28 Praktyczny dobór skali modeli	215
28.1 Złożoność i koszt algorytmów uproszczonych z regułą praktyczną .	218
28.2 Uwagi i komentarze	222
29 Eksperymenty numeryczne	225
29.1 Warunki prowadzenia eksperymentów	225
29.2 Wyniki eksperymentów numerycznych	230
29.3 Komentarze do wyników	230
Zakończenie	241
Dodatki	241
A Wariancja empirycznych współczynników falkowych	245
B Wariancja empirycznych modeli falkowych	249
C Wariancja w modelach uproszczonych	251
D Błąd interpolacji w modelach uproszczonych	253
D.1 Oszacowanie błędu interpolacji funkcji bazowych	253
D.2 Modele zagregowane	253
D.3 Jądrowe modele zagregowane	255
D.4 Modele zdekomponowane	255
D.5 Modele zdekomponowane z FWT	257
E Lematy techniczne	259
Literatura	261
Skorowidz	271

Spis rysunków

7.1	Wykresy funkcji falkowych Haara i kolejnych przybliżeń funkcji skalującej Daubechies o numerze 3	71
7.2	Wykresy falek Daubechies o numerach 2 i 3	72
7.3	Wykresy falek Daubechies o numerach 4 i 5	72
7.4	Wykresy przykładowych konstrukcji funkcji falkowych	73
7.5	Wykresy własnych konstrukcji funkcji falkowych o współczynnikach wymiernych	74
7.6	Mapa najważniejszych ośrodków zajmujących się falkami	76
10.1	Ilustracja przestrzeni generowanych przez analizę wielorozdzielczą	87
11.1	Ilustracja falek aktywnych	94
12.1	Wyznaczanie współczynników falkowych modelu metodą Mallata	103
14.1	Odtwarzanie wielomianów stopni od 0 do 3 za pomocą funkcji falkowych Daubechies o numerze 4	113
14.2	Rekonstrukcja wielomianu trzeciego stopnia za pomocą funkcji falkowych Daubechies o numerze 4	114
15.1	System Hammersteina i Wienera	121
16.1	System Hammersteina	125
16.2	System równoległy	125
16.3	System Hammersteina z dwusegmentową nieliniowością	126
16.4	System szeregowo-równoległy (typ I)	127
16.5	System szeregowo-równoległy (typ II)	128
16.6	System równoległo-szeregowy (Urysona)	128
16.7	System dwukanałowy	129
16.8	Ogólna reprezentacja rozpatrywanej klasy systemów	130
22.1	Zmiana optymalnej skali w zależności od liczby obserwacji	166
22.2	Zachowanie błędów przy rosnącej liczbie obserwacji (optymalny wybór skali w modelu)	167
22.3	Zmiana rozmiaru modelu falkowego ze wzrostem	168
25.1	Interpolacje podstawowej funkcji skalującej i jej przeskalowanej wersji przy tej samej rozdzielczości	183

26.1	Ilustracja algorytmu Stranga za pomocą drzewa binarnego	189
26.2	Przykład obliczeń dla rozdzielczości $H = 3$	190
28.1	Efektywność reguł doboru skali K względem optymalnej	217
29.1	Wykresy identyfikowanych nieliniowości i obciętej funkcji gęstości wejścia	226
29.2	Błędy aproksymacji i interpolacji w modelach zagregowanych . . .	230
29.3	Błędy interpolacji w modelach zagregowanych przy ustalonym K i dla falek o numerach 2 i 3	231
29.4	Błędy interpolacji w modelach zdekomponowanych	231
29.5	Błędy interpolacji w modelach zdekomponowanych wyznaczanych algorytmem z FWT	231
29.6	Błędy interpolacji w modelach zdekomponowanych wyznaczanych algorytmem z FWT przy ustalonych M i K i dla falek o numerach 2 i 3	232
29.7	Wpływ rozdzielczości H na wariancję wyjścia modeli zagregowanych i zdekomponowanych	232
29.8	Porównanie czasów wyznaczania modeli zagregowanych i zdekomponowanych	232
29.9	Porównanie wpływu długości nośnika falek i dokładności ich interpolacji na czas wyznaczania modeli zdekomponowanych	233
29.10	Porównanie czasów wyznaczania modeli zagregowanych i zdekomponowanych oraz wpływu skali modeli na czas obliczeń	233
29.11	Porównanie modeli dla nieliniowość $P(x)$	233
29.12	Porównanie modeli dla nieliniowość $C(x)$	234
29.13	Porównanie modeli dla nieliniowość $Q(x)$	234
29.14	Porównanie błędów aproksymacji i wariancji dla systemu Hammersteina i statycznego	234
29.15	Porównanie błędów interpolacji i aproksymacji w modelach zagregowanym i zdekomponowanym	235
29.16	Porównanie błędów modeli dla nieliniowości ciągłych	239
29.17	Porównanie błędów modeli dla nieliniowości nieciągłej	239
29.18	Wpływ typu dynamiki i typu systemu na jakość identyfikacji . . .	239
29.19	Wpływ amplitudy współczynników odpowiedzi impulsowej na jakość identyfikacji	240
29.20	Wpływ amplitudy współczynników i długości odpowiedzi impulsowej na jakość identyfikacji	240
29.21	Wpływ amplitudy zakłóceń na jakość identyfikacji	240

Spis tabel

5.1	Współczynniki dla funkcji skalujących o numerach 1,2,3	55
5.2	Współczynniki dla funkcji skalujących o numerach 4,5,6	55
7.1	Współczynniki własnych funkcji skalujących	73
11.1	Podstawowe własności typowych falek ortogonalnych o zwartym nośniku	96
16.1	Postać nieliniowości $R(x)$ dla systemów o różnych strukturach . .	130
28.1	Porównanie złożoności algorytmu wyznaczania wartości funkcji fal- kowych dla modeli zagregowanych i zdekomponowanych	219
28.2	Porównanie bezpośrednich algorytmów obliczeniowych	222
28.3	Porównanie szybkich algorytmów obliczeniowych	223
29.1	Parametry wskaźnika jakości modeli empirycznych	229
29.2	Porównanie czasów wyznaczenia modeli zagregowanych	236
29.3	Porównanie czasów wyznaczenia modeli zdekomponowanych . . .	237
29.4	Błędy modeli dla nieliniowości wielomianowej	238

Przedmowa

Niniejsza monografia omawia zastosowanie ortogonalnych funkcji falkowych ze zwartym nośnikiem do nieparametrycznej identyfikacji nieliniowych charakterystyk systemów dynamicznych o złożonej strukturze z losowym wejściem. Zamiarem autorów było całościowe przedstawienie problematyki. Stąd rozważania rozpoczynamy od przedstawienia w części I podstaw teorii falek oraz koncepcji wielorozdzielczej analizy falkowej. Po sformułowaniu podstawowych zasad analizy falkowej w postaci czytelnego zbioru postulatów wyprowadza się z nich następnie równania definiujące funkcje falkowe oraz warunki jakie powinny spełniać współczynniki tych równań dla otrzymania ortogonalnych baz falkowych. Starano się tu przedstawić podstawowe fakty w sposób możliwie prosty i przejrzysty, rezygnując na przykład konsekwentnie z prowadzenia rozważań w dziedzinie zmiennej zespolonej i ograniczając się wyłącznie do stosowania elementarnych operacji w przestrzeni Hilberta funkcji zmiennej rzeczywistej całkowalnych z kwadratem. w ten sposób otrzymuje się kolejno równanie skalujące, równanie falkowe oraz kompletny zbiór wymagań dotyczący ich współczynników, gwarantujący otrzymanie falkowej analizy wielorozdzielczej. Różni to zastosowane podejście od podejść stosowanych w literaturze, gdzie korzysta się w tym celu z metod analizy harmonicznej, i ułatwia naszym zdaniem zrozumienie istoty analizy falkowej.

Ze względu na centralne znaczenie i szczególne własności, główną uwagę skupiamy na falkach ortogonalnych o zwartym nośniku. Przedstawiamy kolejno postać równań definiujących takie falki, zależną od przyjętego nośnika, oraz omawiamy własności i zasady otrzymywania tego rodzaju falek. Ponieważ funkcje falkowe nie są ogólnie określone w sposób jawny i zachodzi konieczność ich konstrukcji metodami numerycznymi, podaje się w szczególności algorytmy do szybkiego wyznaczania wartości funkcji falkowych w punktach binarnych ich nośnika. Jak się to dalej pokazuje, ich znajomość wystarcza do efektywnego rozwiązania rozpatrywanych zadań identyfikacji. Zwraca się uwagę na szeroki zakres swobody przy konstruowaniu falek oraz możliwość dowolnego kształtowania podstawowych własności funkcji falkowych na etapie ich syntezy i łatwość tworzenia konstrukcji własnych. Obok konkretnych schematów obliczeniowych oraz gotowych procedur numerycznych do wyznaczania funkcji falkowych podajemy w książce także szereg adresów internetowych, gdzie można znaleźć oprogramowanie do obliczeń falkowych w różnych środowiskach programistycznych. Po omówieniu konstrukcji funkcji falkowych przedstawia się różne klasy modeli falkowych funkcji całkowalnych z kwadratem, odpowiadające różnym (ale równoważnym) bazom falkowych przestrzeni aproksymacji. Omawia się modele lokalne (punktowe) oraz globalne (przedziałowe) w po-

staci zdekomponowanej oraz zagregowanej. Dla tych modeli dokonuje się oceny występujących w nich współczynników oraz przeprowadza analizę błędu aproksymacji powstającego w przypadku typowych klas gładkości aproksymowanych funkcji nieliniowych. Bada się współzależność jaka zachodzi pomiędzy regularnością aproksymowanych funkcji oraz własnościami falek zastosowanych w modelach i wpływ tej relacji na zachowanie błędu aproksymacji. Jako przypadek szczególnie rozpatruje się często występującą, bądź zakładaną w zadaniach identyfikacji systemów, charakterystykę wielomianową i przedstawia jej związek z modelami falkowymi. Pokazuje się, że odpowiednio dobrane modele falkowe mogą bezbłędnie odtwarzać funkcje wielomianowe. Rozważania części i uzupełnia krótka dyskusja na temat gładkości funkcji falkowych, przedstawienie zależności rekurencyjnych zachodzących pomiędzy funkcjami falkowymi w różnych skalach oraz prezentacja algorytmu do szybkiego wyznaczania współczynników w modelach zdekomponowanych.

W części II charakteryzuje się rozpatrywane zadanie identyfikacji. Przedstawiona jest klasa rozważanych systemów o złożonej strukturze blokowej, przykłady konkretnych struktur, scharakteryzowane są możliwości pomiarowe oraz określona jest nieliniowość będąca obiektem identyfikacji i podane ogólne założenia o systemie oraz losowych sygnałach. Tytułowy termin *identyfikacja nieparametryczna* odnosi się do charakteru zadania i oznacza, że w warunkach wstępnych nie wymaga się znajomości identyfikowanej charakterystyki z dokładnością do parametrów lecz dopuszcza wyłącznie jakościową, nieparametryczną, wiedzę wstępną, zaś jako cel zadania stawia wyznaczenie całej nieznannej charakterystyki nieliniowej, a nie tylko skończonego zbioru współczynników jej parametrycznego modelu.

Część III dotyczy falkowych algorytmów identyfikacji nieliniowych charakterystyk systemów. Omawiamy w niej empiryczne modele falkowe otrzymywane na podstawie losowych pomiarów, odpowiadające rozpatrywanym w części i falkowym modelom funkcji nieliniowych. Przedstawiamy przykłady empirycznych modeli otrzymywanych dla typowych klas funkcji falkowych. Badane są w tej części statystyczne własności empirycznych modeli falkowych, zarówno asymptotyczne jak i dla skończonej długości ciągu uczącego, najpierw przy założeniu, że skala zastosowana w modelach falkowych jest ustalona. Odpowiada to wersji zadania identyfikacji z parametrycznym modelem falkowym o skończonym rozmiarze. Następnie rozpatruje się własności modeli przy wzroście skali. Bada się tu zachowanie dwóch typowych składników błędu modelu, deterministycznego oraz stochastycznego i przedstawia warunki probabilistycznej zbieżności modeli do identyfikowanych charakterystyk przy wzroście liczby pomiarów. Rozpatrywany jest asymptotyczny błąd modeli oraz omawia się problem właściwej kalibracji modeli falkowych poprzez odpowiedni wybór skali, gwarantującej osiągnięcie optymalnej asymptotycznej szybkości zbieżności. Wskazuje się na zalety jakie wynikają dla zadania identyfikacji z zastosowania modeli z funkcjami falkowymi o zwartym nośniku oraz możliwości swobodnego kształtowania własności falek.

Część IV omawia praktyczne aspekty identyfikacji falkowej. Przedstawiamy tu algorytmy uwzględniające możliwość łatwego wyznaczenia wartości funkcji falkowych w punktach binarnych. Odpowiednie uproszczone procedury obliczeniowe identyfikacji wykorzystują prosty schemat aproksymacji funkcji falkowych. Prze-

prowadzamy ich analizę teoretyczną oraz podajemy wyniki badań eksperymentalnych. Pokazuje się, że dokonanie uproszczeń w sferze numerycznej nie pogarsza własności asymptotycznych algorytmów falkowych, to znaczy nie wpływa na zbieżność ani też szybkość zbieżności, pod warunkiem właściwego dostrojenia algorytmów, to jest w tym wypadku wyboru odpowiedniej relacji pomiędzy zastosowaną skalą modeli oraz dokładnością aproksymacji funkcji falkowych. Omawia się także złożoność obliczeniową algorytmów.

W ten sposób dajemy, naszym zdaniem, pełny - w przyjętym zakresie - obraz problematyki związanej z zastosowaniem funkcji falkowych o zwartym nośniku do identyfikacji charakterystyk nieliniowych systemów - począwszy od konstrukcji funkcji falkowych, poprzez zagadnienie syntezy oraz analizy falkowych algorytmów identyfikacji, do problematyki związanej z numeryczną realizacją tych algorytmów. Rozważania uzupełniają liczne przykłady obliczeniowe. Naszą intencją było napisanie książki w możliwie dużym stopniu 'algorytmicznej', to znaczy by przedstawiony materiał nadawał się do bezpośredniej i łatwej implementacji komputerowej. Celowi temu ma służyć wyznaczenie dokładnych zakresów zmienności parametrów występujących w poszczególnych wzorach, podanie schematów obliczeniowych do wyznaczania wartości funkcji falkowych oraz gotowych procedur numerycznych do realizacji obliczeń. w naszym przekonaniu ułatwi to Czytelnikowi korzystanie z przedstawionych w książce algorytmów.

Udział poszczególnych autorów w powyższym opracowaniu jest następujący. Część I, II oraz III napisał Zygmunt Hasiewicz, a część IV - Przemysław Śliwiński. On też jest autorem rysunków, wykresów, procedur numerycznych oraz przykładów obliczeniowych zamieszczonych w książce. Zawarty w książce materiał jest podsumowaniem i rozszerzeniem rezultatów uzyskanych przez autorów w ostatnich latach.

Autorzy pragną podziękować Panu Profesorowi Włodzimierzowi Greblickiemu, twórcy szkoły nieparametrycznych metod identyfikacji systemów oraz kierownikowi Zakładu Sterowania i Optymalizacji w Instytucie Informatyki, Automatyki i Robotyki Politechniki Wrocławskiej, za wieloletni wkład w rozwój Szkoły i stworzenie twórczego klimatu naukowego w Zakładzie, bez których książka ta nie mogłaby powstać. Panu Profesorowi Ewarystowi Rafajłowiczowi, dyrektorowi Instytutu, dziękujemy za zachętę do napisania tej książki oraz stale okazywaną życzliwość, a Panu Profesorowi Czesławowi Smutnickiemu za podzielenie się z nami doświadczeniami dotyczącymi opracowania edytorskiego. Osobne podziękowania składamy Panu Profesorowi Leszkowi Rutkowskiemu z Politechniki Częstochowskiej za trud przeczytania naszej książki i przygotowanie recenzji.

Na koniec dziękujemy wszystkim niewymienionym, których wsparcie i wyrozumiałość dopomogły w realizacji podjętego zadania. Szczególne słowa podziękowania należą się tutaj naszym żonom, Marii oraz Antoninie, którym dedykujemy tę książkę.

Zygmunt Hasiewicz
Przemysław Śliwiński

Wrocław, lipiec 2005

Ważniejsze oznaczenia

Funkcje i aproksymacje falkowe

$\varphi(x)$	falka-ojciec (funkcja skalująca)
$\psi(x)$	falka-matka
$[s_1, s_2]$	nośnik funkcji skalującej $\varphi(x)$
$[t_1, t_2]$	nośnik falki-matki $\psi(x)$
$[0, s]$	nośnik funkcji skalującej $\varphi(x)$ po standardyzacji
s	długość (rozmiar) nośnika funkcji falkowych $\varphi(x)$ i $\psi(x)$
M_φ	stała ograniczająca falkę $\varphi(x)$
M_ψ	stała ograniczająca falkę $\psi(x)$
$I_{[a,b]}(x)$	funkcja charakterystyczna przedziału $[a, b]$
$\{h_n\}$	współczynniki równania skalującego
$\{g_n\}$	współczynniki równania falkowego
S	liczba współczynników h_n i g_n dla falek o długości nośnika s ($S = s + 1$)
r_ψ	liczba znikających momentów falki-matki $\psi(x)$
η	wykładnik Lipschitza funkcji $\varphi(x)$ i $\psi(x)$
$\{\varphi_D^p(x)\}$	falki Daubechies (o numerze falkowym $p = 1, 2, \dots$)
$\{\psi_D^p(x)\}$	
H	rozdzielczość siatki binarnej punktów
$\{a_H/2^H\}$	punkty siatki binarnej o rozdzielczości H (ziarnie $1/2^H$)
$\{b_H/2^H\}$	
m	parametr skali
n	parametr przesunięcia
\mathbf{Z}	zbiór liczb całkowitych ($m, n \in \mathbf{Z}$)
$\varphi_{mn}(x)$	skalowane i przesunięte wersje falki $\varphi(x)$
$\psi_{mn}(x)$	skalowane i przesunięte wersje falki $\psi(x)$
$2^{m/2}$	amplituda falek $\varphi_{mn}(x)$ oraz $\psi_{mn}(x)$
V_m	przestrzeń aproksymacji
W_m	przestrzeń detali (szczegółów)
$\{\varphi_{mn}(x)\}$	ortonormalna baza falkowa przestrzeni aproksymacji V_m ($n \in \mathbf{Z}$)
$\{\psi_{mn}(x)\}$	ortonormalna baza falkowa przestrzeni detali W_m ($n \in \mathbf{Z}$)
$q_m(x, v)$	jądro układu funkcji falkowych $\{\varphi_{mn}(x)\}_{n \in \mathbf{Z}}$

$\{V_m\}$	analiza wielorozdzielcza
$F(x)$	ogólna funkcja całkowna z kwadratem, $F(x) \in L^2(\mathbf{R})$
ν_F	indeks gładkości funkcji $F(x)$
$\lambda_{F\psi}$	indeks gładkości pary funkcji (F, ψ) ($= \min\{\nu_F, r_\psi + 1\}$)
r	stopień funkcji (charakterystyki) wielomianowej
$F(x; K)$	model (aproksymator) falkowy funkcji $F(x)$ w przestrzeni V_K (dla skali $m = K$)
$\left. \begin{matrix} \alpha_{mn}^F \\ \beta_{mn}^F \end{matrix} \right\}$	współczynniki modelu (aproksymatora) falkowego
$\left. \begin{matrix} n_{\min}(\varphi, x, m) \\ n_{\max}(\varphi, x, m) \\ n_{\min}(\psi, x, m) \\ n_{\max}(\psi, x, m) \end{matrix} \right\}$	granice sumowania w lokalnym modelu falkowym
$\left. \begin{matrix} n_{\min}(\varphi, a, m) \\ n_{\max}(\varphi, b, m) \\ n_{\min}(\psi, a, m) \\ n_{\max}(\psi, b, m) \end{matrix} \right\}$	granice sumowania w globalnym modelu falkowym (na przedziale $[a, b]$)
$AE(F; x; K)$	lokalny (punktowy) błąd aproksymacji funkcji $F(x)$ w punkcie x
$ISE(F; [a, b]; K)$	globalny (całkowy) błąd aproksymacji funkcji $F(x)$ w przedziale $[a, b]$ (w normie przestrzeni L^2)
$C_{F\psi}^\beta$	stała w oszacowaniu współczynnika β_{mn}^F
$C_{AE, F\psi}$	stała w oszacowaniu lokalnego błędu aproksymacji falkowej funkcji $F(x)$
$C_{ISE, F\psi}$	stała w oszacowaniu globalnego błędu aproksymacji falkowej funkcji $F(x)$

Systemy i zadanie identyfikacji

$R(x)$	nieliniowa charakterystyka statyczna (nieliniowość) systemu
$\{\lambda_i\}$	odpowiedź impulsowa liniowej części systemu o strukturze blokowej
$\{\lambda_{ji}\}$	odpowiedzi impulsowe asymptotycznie stabilnych
$\{\omega_{li}\}$	filtrów liniowych
$\{x_k\}$	losowy sygnał wejściowy systemu (ciąg i.i.d.)
$\{y_k\}$	losowy sygnał wyjściowy systemu
$\{\xi_k\}$	szum systemowy
$\{z_k\}$	zewnętrzne zakłócenie systemu
$\{\varepsilon_{lk}\}_{k \in \mathbf{Z}}$	stacjonarny biały szum
$f(x)$	gęstość prawdopodobieństwa wejścia
$[a, b]$	przedział identyfikacji
ε	rozmiar ε -otoczenia przedziału $[a, b]$
$\left. \begin{matrix} \delta_f \\ M_f \end{matrix} \right\}$	stałe ograniczające gęstość $f(x)$ w ε -otoczeniu przedziału $[a, b]$

M_R	stała ograniczająca nieliniowość $R(x)$ w ε -otoczeniu przedziału $[a, b]$
$g(x)$	nieliniowość $R(x)$ zmodulowana przez gęstość $f(x)$ (iloczyn $R(x) \cdot f(x)$)
$\left. \begin{matrix} \nu_R \\ \nu_f \end{matrix} \right\}$	indeksy gładkości nieliniowości $R(x)$ i gęstości $f(x)$
ν_g	indeks gładkości funkcji produktowej $g(x) = R(x) \cdot f(x)$ ($\nu_g = \min \{\nu_R, \nu_f\}$)

Falkowe algorytmy identyfikacji

K	skala w modelach falkowych
N	liczba pomiarów (obserwacji) wejście-wyjście
$f(x; K)$	model (aproksymator) falkowy gęstości $f(x)$
$g(x; K)$	model (aproksymator) falkowy funkcji $g(x)$
$R(x; K)$	model (aproksymator) falkowy nieliniowości $R(x)$
$\left\{ \begin{matrix} \alpha_{mn}^{f,g} \\ \beta_{mn}^{f,g} \end{matrix} \right\}$	współczynniki modeli falkowych $f(x; K)$, $g(x; K)$
$\hat{f}(x; K)$	empiryczny model (estymator) falkowy gęstości $f(x)$
$\hat{g}(x; K)$	empiryczny model (estymator) falkowy funkcji $g(x)$
$\hat{R}(x; K)$	empiryczny model (estymator) falkowy nieliniowości $R(x)$
$\left\{ \begin{matrix} \hat{\alpha}_{mn}^{f,g} \\ \hat{\beta}_{mn}^{f,g} \end{matrix} \right\}$	empiryczne współczynniki modeli $\hat{f}(x; K)$, $\hat{g}(x; K)$
$IV(\hat{F}; [a, b]; K)$	scalkowana wariancja modelu $\hat{F}(x; K)$ na przedziale identyfikacji $[a, b]$
$MISE(\hat{F}; [a, b]; K)$	scalkowany błąd średniokwadratowy modelu $\hat{F}(x; K)$ na przedziale $[a, b]$
$K(N)$	skala w modelach zależna od liczby pomiarów N
$\lambda_{g\psi}$	indeks gładkości pary funkcji (g, ψ) ($= \min \{\nu_R, \nu_f, r_\psi + 1\}$)
$K_{opt}(N)$	optymalna (asymptotycznie) skala modeli falkowych
$\hat{R}(x; K_{opt}(N))$	optymalny (asymptotycznie) empiryczny model falkowy charakterystyki $R(x)$

Algorytmy obliczeniowe

H	rozdzielczość interpolacji funkcji falkowych
$\bar{\varphi}^H(x), \bar{\psi}^H(x)$	interpolacje funkcji skalującej φ i falki ψ
$\bar{\varphi}_{mn}^H(x), \bar{\psi}_{mn}^H(x)$	interpolacje φ_{mn} i ψ_{mn}
η	wykładnik Lipschitza funkcji falkowych
$\bar{F}(x; K, H)$	uproszczony model uogólniony
$\bar{R}(x; K; H)$	uproszczony model falkowy nieliniowości R
$\bar{g}(x; K; H)$	licznik modelu uproszczonego
$\bar{f}(x; K; H)$	mianownik modelu uproszczonego

$\bar{\alpha}_{mn}^H, \bar{\beta}_{mn}^H$	współczynniki empiryczne modelu uproszczonego obliczanego z pomocą interpolacji $\bar{\varphi}_{mn}^H, \bar{\psi}_{mn}^H$
$\bar{q}_m^H(x, v)$	jądro sumacyjne oparte o interpolacje $\bar{\varphi}_{mn}^H$
\mathcal{Z}	złożoność (koszt) algorytmu
\mathcal{P}	obciążenie pamięci
$IE(F; x; K; H)$	błąd interpolacji modelu zagregowanego \bar{F} w skali K i rozdzielczości H
$IE(F; x; M; K; H)$	błąd interpolacji modelu zdekomponowanego \bar{F} o skalach M i K i rozdzielczości H
$\bar{K}(N)$	praktyczna reguła doboru skali modeli
$P(x), C(x), Q(x)$	nieliniowości testowe dla algorytmów identyfikacji
NSR	stosunek amplitud szumu i sygnału w eksperymentach

Oznaczenia ogólne

$\lfloor \cdot \rfloor$	funkcja „podłoga”
$\lceil \cdot \rceil$	funkcja „sufit”
E	symbol wartości oczekiwanej zmiennej losowej
var	symbol wariancji zmiennej losowej
$O(\cdot)$	symbol „o-duże” (określa rząd szybkości zbieżności empirycznych współczynników i modeli)

Skorowidz

- algorytm
 - bezpośredni, 83, 210, 222
 - identyfikacji, 75, 120–122, 133, 134, 137, 142, 146, 151, 172, 174, 187, 227
 - kaskadowy, 64
 - koszt, 188, 193–198, 201, 203, 221
 - Mallata, 83, 100, 177, 179, 199, 202, 203, 209, 211, 222, 257
 - obciążenie pamięci, 190, 191, 193–195, 203, 219, 220
 - obliczeniowy, 148, 187, 191, 195, 197, 220, 221
 - motywacja, 177
 - Stranga, 62, 189
 - szybki, 177, 199, 202, 221–223, 229
- analiza wielorozdzielcza, 23, 26, 27, 71, 85, 87, 88
- aproksymacja
 - falkowa, 90
 - funkcji, 85, 111
- błąd
 - aproksymacji
 - funkcji wielomianowych, 113
 - globalny (całkowy), 112, 113, 161, 164
 - lokalny (punktowy), 94, 111, 115
 - asymptotyczny
 - estymacji, 164, 165
 - modeli, 163
 - całkowy, 97, 98, 160
 - średniokwadratowy, 154
- błąd aproksymacji
 - globalny
 - oszacowanie, 112
 - lokalny
 - oszacowanie, 94
- biblioteki procedur falkowych, 74
- Billings, S.A., 120
- charakterystyka nieliniowa, 125
- Daubechies, I., 23, 51, 52, 54, 62, 63, 71, 72, 96, 113, 114, 147, 183, 208, 228, 230–232, 236, 237, 239
- eksperyment numeryczny, 225, 230
 - dobór poziomu zakłóceń, 227
 - kryterium jakości, 229
 - parametry skali modeli, 228
 - rozmiary zbiorów pomiarowych, 229
 - sygnały wejściowe, 226
 - wyniki, 230
 - zakłócenia jednostajne, 227
 - zakłócenia normalne, 227
 - zakłócenia systemowe, 227
- empiryczne modele falkowe, 139, 142, 143, 149, 157, 159, 161, 163, 249
- empiryczne współczynniki falkowe, 149, 152, 212, 245
- Fakhouri, S.Y., 120
- falka-matka, 25, 33, 45, 48, 79, 81, 90, 113, 145, 147, 161, 169, 171
 - synteza, 67
 - wyznaczanie wartości, 67
- falka-ojciec, 33, 39, 72, 73, 79
- falki
 - aktywne, 94, 97, 139, 246
 - Daubechies, 51, 52, 62, 71, 72, 113, 114, 147, 208, 228, 236, 237

- gładkość, 77
- Haara, 71, 145
- ograniczoność, 79
- przykładowe konstrukcje, 71
- strony WWW, 73
- falkowe algorytmy identyfikacji, 75, 133
- funkcja
 - modulująca, 138, 139, 142
 - regresji, 120, 122, 124
 - wielomianowa, 108, 109, 113, 161, 171, 172, 174
- funkcja skalująca, 39, 77, 145, 182
 - synteza, 53
 - wyznaczanie wartości, 56
 - algorytm, 188
- funkcje
 - gładkie, 111, 115, 177
- funkcje falkowe
 - interpolacja, 180, 183
 - konstrukcja, 180
 - rozdzielczość, 183, 188, 189, 202, 205, 207, 208, 210, 212, 223, 229, 235
 - własności, 183
 - skalowane, 79
 - interpolacja, 182
 - wartości, 69, 75, 82, 148, 174, 180, 188, 219, 229, 236
 - zastosowania, 177
- gęstość wejścia, 137, 173
- Greblicki, W., 122
- Haar, A., 43, 51, 57, 71, 145–148, 164, 167, 170, 174, 177, 188, 216, 225, 228, 238
- identyfikacja systemów
 - warunki, 226
- Kelly, S., 114
- Kon, M., 114
- kwantyzator, 125, 225, 228
- kwantyzowanie, 213
- liczby zmiennoprzecinkowe, 187
- Mallat, S., 23, 74, 83, 85, 99, 100, 103, 177, 179, 199, 202, 203, 209, 211, 222, 257
- mapa, 76
- model, 167, 172
- model falkowy, 98, 109, 139, 141, 146, 148, 154, 184, 185, 187, 191–195, 197, 199, 201, 202, 205, 207, 209–211, 218–223, 228, 230, 231, 233, 235–237, 251, 254, 255, 258
- błąd punktowy, 115
- globalny, 205
- Haara, 146
- liczba składników, 97, 98, 167
- lokalny, 114
- o zwartym nośniku, 93
- szybkość zbieżności, 166
- uproszczony
 - algorytm bezpośredni, 191, 220, 222
 - algorytm Mallata, 211
 - algorytm szybki, 195, 221, 223
 - błąd interpolacji, 207, 209
 - konstrukcja, 179, 184
 - koszt wyznaczenia modelu, 192
 - koszt wyznaczenia wyjścia, 192
 - szybkość zbieżności, 205, 206
 - zagregowany, 184
 - zagregowany jądrowy, 209
 - zbieżność, 205, 206, 208
 - zdekomponowany, 209, 210, 218, 258
 - zagregowany-jądrowy, 185, 192, 197, 220, 221
 - zbieżność, 114, 159, 162
- nośnik
 - długość (rozmiar), 40, 46, 94
 - falki aktywne, 95, 245
- obciążenie pamięci, 190, 191, 193–195, 203, 219, 220
- opis wejście-wyjście, 123, 126, 127, 129

- oprogramowanie
 C/C++/Java, 75
 Mathematica, 74
 Matlab, 74
 pakiety do Matlaba, 74
 optymalny wybór skali, 165, 167
- Pawlak, M., 122
- podstawowy układ równań, 47
- przestrzeń
 aproksymacji, 23, 25–28, 85, 87–90
 detali, 24, 26, 28, 87–91
- punkty binarne, 60, 67
- punkty całkowitoliczbowe, 56
- różniczkowalność, 78
- równanie falkowe, 31, 32, 45, 47, 48
- równanie skalujące, 31, 32, 37, 39, 42, 60, 82
- Raphael, L.A., 114
- Sandberg, I.W., 121, 122
- skala
 przyrost, 158, 159
 reguła doboru, 157, 211, 220, 236
 ograniczenia, 215
 reguła praktyczna
 konstrukcja, 215
- skala modeli, 164, 166, 174, 215, 216, 228, 233, 236, 237
- standardyzacja, 41, 181
- statystyczne własności, 149, 150, 152, 154
- stopnie swobody, 41, 44, 50–52, 54, 72
- Strang, G., 62, 63, 69, 75, 188, 189
- system
 dwukanałowy, 129
 Hammersteina, 120–129, 133, 151, 226, 228, 234, 239, 240
 równoległo-szeregowy, 123, 128
 równoległy, 123, 125, 126, 240
 szeregowo-równoległy, 123, 127, 128
- systemy
 nieliniowe, 119, 120, 123, 124
- szum
 biały, 133
 systemowy, 124, 125, 130, 132, 133
- szybkość zbieżności
 gwarantowana, 170
 optymalna, 169
- Walter, G.G., 114
- wariancja
 modeli empirycznych, 249, 250
 współczynników empirycznych, 251
- warunek Lipschitza, 77, 105, 106, 170, 172, 173, 184, 225, 253
- współczynniki falkowe
 aktywne, 196
 oszacowanie, 105, 106
- współczynniki modelu falkowego, 45, 47, 93, 95, 97, 98, 105, 137, 141, 146, 149
- złożoność obliczeniowa, 177, 189, 190, 197, 202
- zasada odbicia, 35
- zbieżność
 modeli falkowych, 114
 szybkość, 115, 122, 151, 159, 165, 166, 169–174, 179, 180, 205–208, 210, 215–217
- znikanie momentów, 47, 81